EPISTOLA QUA PETRUS CONTI THOMÆ PORCELLI...

Pietro Conti

Digitized by Google

EPISTOLA
QUA
PETRUS CONTI THOMÆ PORCELLI
BRIXICHELLENSIS AUDITOR
Reſpondet animadverſionibus
DE INFINITORUM ÆQUALITATE IPSI TRADITIS
A JOANNE CONSOLINI
P. ANGELICI A VIADANA
Min. Obſerv. Auditore
Oſtenditque, poſse infinitum eſse alio majus.

64 bis
346.3

BONONIÆ MDCCLXIV.

EX TYPOGRAPHIA SANCTI THOMÆ AQUINATIS.
SUPERIORUM AUCTORITATE.

Digitized by Google

Digitized by Google

343.3

65

MONITUM LECTORI.

ANimadverſiones de infinito, quæ omnium primæ ſequuntur, traditæ mihi ſunt a Joanne Conſolini, quo cum antea de infinito verba faciens ſignificaveram, me opinari, quod poteſt infinitum eſſe alio majus, exemplum adducens a multitudine hominum infinita, quæ minor foret multitudine brachiorum infinitâ.

Petrus Conti.

Digitized by Google

ERRATA CORRIGENDA.

Pag. 22. *lin.* 8. *&* 14. nulla differentia aſſignari poteſt. *Lege*. ſua differentia aſſignari non poteſt. *Pag.* 22. *lin. ult.* aſſignabilis. *Lege* inaſſignabilis. *Pag.* 23. *lin.* 2. nullam poſſe. *Lege* ſuam non poſſe. *Pag.* 28. *lin.* 25. in A. *Lege*. in B.

Digitized by Google

JOANNIS CONSOLINI
De Infinito animadverſiones.

Utrum in infinito formali ſeu in linea infinitatis conſiderata infinitas detur magis, & minus.

RESPONDEO NEGATIVE,
Et ratio in promptu eſt.

QUibus æqualiter eadem definitio *formaliter* convenit, æqualia ſunt inter ſe; atqui tam infinitis hominibus, quam infinitis eorum capillis æqualiter eadem definitio *formaliter* convenit; ergo tam infiniti homines, quam infiniti capilli æqualiter ſunt *formaliter* infiniti. Major ita evidens eſt ut ſine maxima blaſphemia negari neutiquam poſſit: quis enim negabit axiomata? Inter enim axiomata locum tenet illud: *quæ ſunt eadem uni tertio, ſunt eadem inter ſe*; ac proinde homines æqualiter dicuntur Petrus, & Paulus e. g., quia tam Petrus, quam Paulus cum hominis definitione conveniunt in eſſe animalitatis, & rationalitatis; ſic enim definitur homo: *animal rationale*. Minor quoque eâdem gaudet certitudine, & evidentiâ, qua major: definitio infinitatis, ut ſic, ſeu infinitum formaliter definitur ab Ariſtotele: *Id, cujus aliquid ſemper eſt extra*; ſcilicet eſt id, ex quo etiamſi finitum ſemper

Digitized by Google

auferatur, ſemper tamen ſupereſt aliquid auferendum ; confer propterea definitionem hanc cum infinitis hominibus, cum infinitis capillis, videbis profecto, tam illis, quam iſtis optime, æqualiterque convenire; etenim in infinitis capillis ſemper aliquid eſt extra, ſcilicet etiamſi finiti homines, finiti capilli ſemper, atque ſemper auferantur, tam in hominibus illis infinitis, quam in illis capillis pariter infinitis ſemper remanent capilli, & homines auferendi. Conſequentia ſequitur. Concludendum igitur, quod in utràque infinitate æqualitas habeatur, ſi infinitas ipſa *formaliter* conſideretur. Si vero *materialiter* eam alicui conſiderare placet, in ipſa dari magis, & minus nec affirmo, nec diſſentio. Accedit, quod ſiquis audacter aſſerat infinitatem formalem pati poſſe magis, & minus, miſer in meridio ſe cæcutire nonne & ipſe deprehendit? Quis enim in Philoſophicis eruditus adſtruet eſſentiam cujuſcumque rei pati magis, & minus, at nonne id adſtruit, qui affirmat infinitatem formalem hominum, & eorum capillorum v. g. majorem, & minorem dici poſſe? Quid enim aliud eſt infinitas formalis, niſi eadem infinitas eſſentialiter conſiderata? Hæc ſerio, hæc ſincere, attentoque animo perpendat veritatis amator, & videat, an nos in ignorantiæ puteo maneamus, dum fidenter aſſerimus non minorem, non majorem eſſe infinitatem hominum, & eorum capillorum *formaliter* inſpectam, ſed prorſus æqualem.

Qui

Qui negant axiomata, negare forte fortuna poterint, & veluti inanem, & vacuam reputare ſuperius a nobis datam diſtinctionem infiniti conſiderati *formaliter* ſcilicet, & *materialiter*; verum ad retundendam audaciam illorum, qui talia negant, exemplo non chimærica, ſed neceſſaria allata diſtinctio demonſtratur. Ponatur extenſio pro eſſentia corporis, ſicuti voluit Carteſius; profecto in hac hypotheſi habita extenſione habetur corpus; jam vero niſi extenſionem diſtinguas in formalem, & materialem neceſſariò fateri debes, dari in rerum natura magis corpus, & minus corpus; ſiquidem quod majori extenſione gaudet, magis corpus erit, quod minori minus. Quis vero plumbeus, hebes, & mente captus talia in rigore Philoſophico proferre audebit? Cordatus quiſque Philoſophus extenſionem ſumens pro corporis eſſentia, jam eo ipſo ſumit extenſionem, ut ſic, ſeu formalem, minime vero extenſionem materialem. En igitur non chimærica, ſed neceſſaria in hac facta ſuppoſitione diſtinctio illa *formaliter*, & *materialiter*. Servatis ſervandis, quæ de extenſione dicimus, de infinitate partium continui dici poſſunt, ſi non in omnibus, in aliquibus certe collimat paritas, ut ſeriò attendenti patet.

Non mirentur adverſarii noſtri, ſi in initio antecedentis paragraphi contra eos exarati diximus, *qui negant axiomata &c.*, quaſi contra nos adſtruentes infinitatem, ut ſic, recipi poſſe magis, & minus in partibus continui, negarent

 axio-

Digitized by Google

axiomata, non mirentur, precor, ſic enim de infinitate ſentiendo infinitatis ipſius axiomata negant: inter enim infinitatis axiomata, ut teſtatur clariſſimus Vir ille, ac celeberrimus. P. Balla Societatis Jeſu alumnus, adnumeratur iſtud, nempe, tertium I axioma intellige; verba ſunt enim laudati Auctoris quæſt. 3. in adnotationibus de infinito: *tertium: non datur infinitum majus alio in linea infiniti; cum enim omne infinitum inexhauribile ſit, cum in uno, tum in alio ſemper remanet, quod ulterius, & ulterius detrahere poſſis. Quod ſi exiſterent infiniti homines habentes ſinguli duos oculos, non propterea collectio infinita oculorum major eſſet collectione infinitâ hominum; tam enim eſſet inexhauribilis iſta, quam illa: poſſet tamen dici collectio oculorum materialiter major, quatenus unum hominem detrahendo duos ſemper oculos detraheres, & propterea quæcumque detractio finita hominum erit minor detractione finita oculorum*. Hucuſque laudatus Auctor; quæ verba quo magis ſententiam noſtram confirmant, multo plus adverſariorum impudentiam redarguunt.

Quod ſiquis adverſariorum noſtrorum Geometricis, & Mathematicis demonſtrationibus gloriatur, in hac controverſiâ gloria ejus redditur inanis, quin imo in ignominiam vertitur, utpote quia non bene Euclidis theoremata legiſſe argumentum præbet ſuſpicandi. Vir enim celeberrimus, & totius mathematicæ illuſtrator hæc habet: *quantitates duæ ſunt æquales, ſi diffe-*

fe-

Digitized by Google

ferentia ſit quantitate qualibet aſſignabili minor: etenim, hinc ſubdit P. Franciſcus Jaquier tom. 4. ejus Inſtitutionum philoſophicarum ſect. 2. part. 1. cap. 2. ad pag. 224. circa finem: *etenim ſi forent inæquales, differentia poſſet aſſignari*; quod eſt contra hypotheſim; ex quibus non levis ponderis ratiocinium, atque argumentum ad noſtrum intentum efformari poſſe, quis non videt?

PETRI CONTI
EPISTOLA
AD JOANNEM CONSOLINI

Superioribus animadverſionibus reſpondens.

DOMINE.

LEgi tuam, quam mihi tradidiſti de infinitorum æqualitate diſſertationem: antequam vero de illa aliquid proferam, adnotandum cenſeo, quid ego nomine infiniti intelligam, ne forte in controverſia de nomine detineamur. Infinitum, quod poteſt quantitati competere, ac præcipue extenſioni, & numero cum Geometris ita definio: *Id, quod eſt omni finito, ſeu dato majus*. Sic definitum infinitum hac inſeparabili proprietate donatur, ut ſi ab eo detrahas finitum quodlibet ejus generis, cujus reſpectu eſt infinitum, non ſolùm adhuc remaneat auferendum, ſed per hanc detractionem nullam ſui partem amiſiſſe infinitum cenſendum ſit. Ita, ſi auferas a linea infinite longa tot hexapedas, milliaria, Telluris diametros, aut Telluris a Syrio diſtantias, quotus eſſet numerus arenarum, quæ poſſent inter Tellurem, & Syrium capi, & hanc ablationem repetas, quoties dato quocumque numero exprimi poſſit, non ſolùm in ipſa ſemper remanet aliquid auferendum

dum, ſed, ipſa per has detractiones non imminuitur, ita ut abſque errore finito dici valeat, quod linea infinite longa æqualis ſit ſibi ipſi auctæ, vel imminutæ quantitate recenſitâ ſuperius. Quid ſimile dictum intellige de multitudine, & quantitate quacumque infinitâ.

Hoc ego infinitum dixi, & dico eſſe poſſe alio majus. Si vero tibi tua ariſtotelica infiniti definitio ideam videatur excitare diverſam ab ea, quam mea excitat, jam nulla inter nos erit opinionum diſcordia; ego enim affirmarem aliquod attributum uni rei competere, quod tu rei plane diverſæ convenire negares.

Quod ſi tuam, meamque definitionem in idem redire putes, quid circa tuam diſſertationem adnotaverim, in ſequentibus apponam. Quod a me certe faciendum puto, eo quod te quoque definitionem ariſtotelicam hoc in ſenſu intellexiſſe ex tua ſcriptura recolligo.

Hoc autem poſito, ut omnis controverſia de nomine vitari poſſit, præſtat diligenter inquirere, quænam in te idea excitata fuerit nomine infiniti *formaliter*, & *materialiter* ſumpti.

§. 1. Duplici in ſenſu accepiſſe te infinitum formale recolligo ex argumento ducto a definitione eâdem duabus rebus conveniente, & a teſtimonio Patris Balla, quod adducis in confirmationem tuæ ſententiæ.

§. 2. In primo enim nomine infiniti formalis intelligis ipſum *habere ſemper aliquid extra*, ſeu *eſſe quocumque dato majus*.

§. 3.

§. 3. Dum affers textum Patris Balla, nomine infiniti formalis intelligis, quob ſit *Collectio*, *Aggregatum*, ſive *Summa rerum ſemper habens aliquid extra*, ſeu *ſumma omni aſſignabili major*. In primo ſenſu reſpicis attributum *habere ſemper aliquid extra:* in altero reſpicis rem, cui attributum hoc competit.

§. 4. Colligo ex teſtimonio Patris Balla, quod infinitum aliquod ∞a intelligitur materialiter majus alio ∞b, ſi ab utroque auferendo na, nb, ſit na major nb. (Indicant ſigna ∞a, ∞b quantitates a, b infinities ſumptas, n. datum quemcumque numerum ſignificat, na tot quantitates a ablatas ab infinito ∞a, quot indicat numerus n, & nb totidem ablatas b, quot indicat idem numerus n).

§. 5. *Magnitudo* id omne eſt, in quo ſunt, aut concipiuntur partes.

§. 6. *Pars* eſt, quæ aliquoties repetita integro ſit æqualis, vel major.

§. 7. *Quantitates homogeneæ* ſunt, quarum una aliquoties ſumpta alteram ſuperare poteſt, ſeu quarum una ab altera vel ſemel, vel aliquoties ablata, tandem vel nihil, vel ſe minus relinquit. *Heterogeneæ* vero ſunt, quarum una aliquoties ſumpta alteram ſuperare nequit.

§. 8. Hinc patet, quod quantitates nunquam homogeneæ ſunt, niſi ſemper æqualiter idem aliquod attributum participent; rectius: niſi in iis eadem ſint, per quæ a ſe invicem diſcerni debebant; ſeu, ut tuo utar idiomate (§. 2.),

(a),

Digitized by Google

(*a*), niſi uti tales formaliter æquentur. Sic homogeneæ ſunt duæ lineæ, licet inæquales, duo tempora, etiam inæqualia; non item linea una, & unum pondus, vis una, & unum tempus; illæ enim ſolum, hæ vero non aliquoties ſumptæ alteram ſuperare poſſunt.

§. 9. Quæ ſunt homogenea uni tertio, homogenea ſunt inter ſe.

§. 10. *Æqualia* ſunt, quorum unum alteri ſalvâ quantitate ſubſtitui poteſt. *Inæqualia*, ſi pars unius alteri toti ſubſtitui poteſt.

§. 11. *Majus* eſt, cujus pars alteri æqualis eſt.

§. 12. *Minus*, quod parti alterius æquale.

§. 13. *Sola homogenea poſſunt alteri ſalvâ quantitate ſubſtitui.*

Sic linea lineæ, angulus angulo; non item linea ponderi, ſuperficies velocitati.

§. 14 *Pars eſt ſuo toti homogenea.*

Aliquoties enim repetita ipſum æquare, vel ſuperare poteſt (§. 6.); ergo eſt ipſi homogenea (§. 7.)

§. 15. *Ut aliquid poſſit eſſe alio majus, vel minus, debet ipſi eſſe homogeneum.*

Ut A ſit majus B debet pars aliqua totius A æquare B (§. 11.) hoc eſt poſſe illi ſalvâ quantitate ſubſtitui (§. 10.); quod fieri nequit, ſi B,

(*a*) *Eo ſcilicet, quo infinita æqualia pronuncias eâ æqualitate, quæ in participatione ejuſdem attributi conſiſtit.*

Digitized by Google

ſi B, & pars ipſius A homogeneæ non ſint (§. 13.), ergo A, & B homogeneæ eſſe debent (§. 14. 9.)

§. 16. Mea ſententia de infinito hæc eſt. *Poteſt infinitum eſſe alio majus.*

Hanc eſſe propoſitionem, quam ego protuli, & quam oppugnare aggreſſus es, conſtat ex tui ipſius teſtimonio a te in ſcriptis coram teſtibus facto, quod penes memetipſum detineo.

§. 17. *Sententia tua, qua dicis, quod infinita omnia (ut in §. 2.) formaliter æqualia ſunt, non opponitur meæ, ſed illam fovet ita, ut mea nequeat eſſe vera, niſi etiam tua ſit vera.*

Mea ſententia eſt, quod poſſit infinitum eſſe alio majus (§. 16.): non poteſt eſſe alio majus, niſi ſit ipſi homogeneum (§. 15.), hoc eſt, niſi formaliter ipſi æquetur in ſenſu paragraphi ſecundi (§. 8.), ergo non poteſt eſſe infinitum alio majus, niſi æquentur formaliter in ſenſu paragraphi ſecundi; ſeu, quod idem eſt, mea ſententia nequit eſſe vera, niſi etiam tua ſit vera.

§. 18. Ne ulla ſuboriatur æquivocatio circa infitum formale ſumptum, ut in §. 3, patienter exponam duplicem ſenſum, quo accipi a te poſſet *Collectio omni aſſignabili major.*

Duæ collectiones rerum habentes ſemper aliquid extra, vel accipi poſſunt, prout ambæ ſunt *collectiones habentes ſemper aliquid extra*, hoc eſt prout ſunt ambæ tales; & in hoc ſenſu, ſi formaliter

maliter

Digitized by Google

maliter æquales dicas, repetitâ demonſtratione §. 17. oſtendi poteſt, quod tua hæc ſententia meæ non opponatur.

§. 19. Si verò nomine dictæ *collectionis* res ipſas intelligas numero infinitas ſimul ſumptas, aut rem ipſam, cui competit attributum *eſse collectio ſemper habens aliquid extra*, in hoc ſenſu

Falſa eſt tua ſententia ajens, ſummam infinitam non poſse aliâ majorem eſse.

Sint numero infinitæ inter ſe æquales majoris inæqualitatis rationes inter quantitates homogeneas, quarum unaquæque finita ſit, A, B, C, D &c., (*Fig.* 1.) quæ loco antecedentium ſint, & conſequentes M, N, O, P &c., atque adeo ſit A : M :: B : N :: C : O :: D : P &c.

Per hypotheſin A : M :: B : N, & permutando A : B :: M : N, componendo A + B : B :: M + N : N; per hypotheſin B : N :: C : O, permutando B : C :: N : O, componendo A + B + C : C :: M + N + O : O, atque ita ſemper demonſtrando licebit ulterius progredi; ergo componendo A + B + C + D &c. : D :: M + N + O + P &c. : P, & permutando A + B + C + D &c. : M + N + O + P &c. :: D : P :: A : M, ſeu ſumma infinitorum antecedentium eſt ad ſummam infinitorum conſequentium, uti A ad M; ponitur A > M; ergo etiam ſumma antecedentium infinitorum major eſt ſummâ conſequentium infinitorum.

Ali-

Aliter.

§. 20. Ponantur angularia ſpatia C A B, D A B (*Fig.* 2.) per modum infiniti ſectoris excreſcere rectis A C, A B, A D in infinitum ductis; ſpatium ſuperficiale, quod inter lineas A B, A C in infinitum ductas continetur, infinitum eſt, in eoque continentur infiniti pedes quadrati, milliaria quadrata infinita; ſpatium tamen, quod continetur inter rectas A D, A B productas in infinitum, eſt ipſo majus, eique eam habet rationem, quam arcus D B ad C B, & differentia inter utrumque eſt ſpatium infinitum, quod inter rectas A C, A D continetur.

Aliter.

§. 21. Recta finita A D, (*Fig.* 3.) in qua ſint puncta quædam notata B, C concipiatur fluere unifor miter in infinitum verſus E, ſuperficies E A B F, quæ per fluxum in infinitum deſcribitur a parte A B, infinita eſt: minor eſt tamen ſuperficie E A D H, quæ deſcribitur a tota A D, eique habet rationem, quam A B ad A D; & differentia inter utramque erit ſuperficies infinita F B D H.

Quod etiam ut clarius pateat, partes A B, B C, C D æquales ponantur; & animadverte, quod ob fluxum in infinitum lineæ A D, puncta A. B. C. D. lineas parallelas infinite longas

gas

gas inter ſe æquales ſuo fluxu deſcribent AE, BF, CG, DH; ponantur accepta in rectâ AE puncta infinita *a. b. c.* &c., quorum inter ſe diſtantia Aa, ab, bc &c. ſit æqualis eidem AB, ductæque ab ipſis punctis rectæ ah, bi, cl &c. ipſi AD parallelæ. Numerus infinitus quadratorum continebitur in ſuperficie EABF: par ipſi numerus continebitur in FBCG; par in GCDH; multitudo ergo quadratorum, quæ continentur in EADH tripla eſt multitudinis, quæ continetur in EABF, hæc tamen ipſa eſt infinita.

§. 22. *Poſſe infinitum eſſe materialiter alio majus, res adeo clara eſt, ut mirum ſit, quod ne huic quidem aſſenſum præſtare volueris.*

Sit data quantitas a major quantitate b; ſi materialiter inæqualia non eſſent infinita ∞a, ∞b, auferendo a primo $1a$, ab altero $1b$, non foret ablatum $a > b$ (§. 4.) contra hypotheſin.

§. 23. *Objectiones tuas, prout contra me ſunt, diluere.*

Nego propoſitionem ajentem, quod æqualia ſunt inter ſe, quibus æqualiter eadem definitio formaliter convenit; duabus enim lineis inæqualibus, duobus inæqualibus temporibus, aut numeris conveniunt æqualiter formaliter definitiones lineæ, temporis, numeri. Malo in hoc negando tibi apparere blaſphæmus, quam blaſphæmus veritati apparere.

Neque probatur negata propoſitio ab alla-

to axiomate: *quæ eadem ſunt uni tertio, ſunt eadem inter ſe*. Ex eo enim, quod eadem ſint in aliquo attributo, hoc eſt ex eo, quod idem atributum participent, non ſequitur, quod ſint æqualia. Sic duæ lineæ inæquales eædem ſunt inter ſe in attributo lineæ; quibus autem eadem definitio convenit, poſſunt in attributo ſolum per definitionem indicato eadem eſſe, at vero in reliquis plane diverſa. Per hoc, quod duo eadem ſint in eodem, ſequitur, quod æqualiter talia ſint, ut ſcilicet ſint ex. gr. æqualiter lineæ, æqualiter tempora, non vero quod ſemper æqualia ſint, uti æquales lineæ, tempora æqualia.

Quod ſi nomine æqualitatis identitatem in aliquo attributo intelligas, argumentum tuum optimum eſt, ſed contra me non facit, imo meam theoriam tuetur, & fovet (§. 17.)

§. 24. Argumentnm ab Eſſentia ductum contra me non facit; poteſt enim aliquid nec magis, nec minus eſſe id, quod eſt, & tamen eſſe altero majus. Sic linea, quæ ſit aliâ major, nec magis, nec minus linea eſt: corpus, quod alio ſit majus, nec magis, nec minus corpus eſt.

§. 25. Mea valde non intereſt, ſit inanis nec ne diſtinctio infiniti in materiale, & formale; conſtat enim ex dictis, quod per hanc mea ſententia non cadit; illud tamen hic obiter notatum volo, quod, quando aliqua quantitas alia major dicitur, vulgo intelligunt homines, eam

dici

Digitized by Google

dici majorem, non quatenus magis talis eſt (hujus enim eſt incapax,) ſed quatenus aliam continet, aut continere poteſt. Sic per verba *major extenſio*, *major linea*, *majus pondus*, *major lux* ab iis non intelligitur *magis extenſio*, *magis linea*, *magis pondus*, *magis lux*, ſed *major extenſio*, *major linea*, *majus pondus*, *major lux* intelligitur. Atque adeo ſiquis fidenter dixerit, quod linea A major eſt linea B; quod pondus, quod numerus A major eſt pondere, numero B; quod infinitum A majus eſt infinito B, non illico redarguendus, quod dixerit naturam, ſeu ipſum eſſe lineæ, ponderis, numeri, infiniti reperiri magis in A, quam in B.

§. 26. Axioma Patris Balla, prout intelligitur in ſenſu paragraphi 18. contra me non eſt, & mihi favet; ſi verò in ſenſu paragraphi 19. intelligatur, jam oſtenſum eſt, quod non eſt axioma, ſed propoſitio falſa (§. 19. 20. 21.) Ex eo autem, quod duæ collectiones ambæ inexhauribiles ſint, ſequitur, quod ambæ ſint æqualiter infinitæ, non ſequitur, quod ſint æquales; ſic poſſunt duæ lineæ eſſe inter inter ſe inæquales, licèt ambæ ſint æqualiter lineæ.

§. 27. Illud, quod ex Euclide objeciſti, valde abeſt ab eo, ut mihi opponatur, & niſi divinando recolligi poteſt, quomodo a te contra meam theoriam fuerit applicatum. Forte mens tua fuit ſic objiciendi. Si quantitates finitæ differant quantitate, quæ ſit quacumque datâ minor, ſunt æquales; & ideo ſunt æquales, quia ſi inæquales forent, differentia poſſet aſſi-

gnari, quod eſt contra hypotheſin. At etiam inter ſummam infinitorum antecedentium A. B. C. D. &c., & ſummam conſequentium M. N. O. P. &c., quorum quodlibet antecedens finitum eſt, & majus ſuo conſequente, nequit ulla differentia aſſignari, atque adeo recenſitæ ſummæ infinitæ æquales habendæ ſunt.

At immane quantum allati caſus ſunt inter ſe diſparati! In primo enim nequit differentia aſſignari, quia eſt omni aſſignabili minor; in altero aſſignari nequit, quia eſt omni aſſignabili quantitate major: atque adeo, ſi in primo caſu illæ habeantur æquales, error committitur omni aſſignabili minor, ſeu nullus in linea erroris finiti: in altero, error committitur omni aſſignabili major, hoc eſt infinitus. Dixi error infinitus committitur, ſi ſcilicet hic referatur ad errorem, qui committitur dum habentur æquales magnitudines illæ, quarum differentia eſt omni aſſignabili minor; ipſe vero finitus erit ſolummodo, quia ratio hujus differentiæ ad illud infinitum aſſignabilis eſt.

Error enim tantummodo infiniteſimus committitur, dum habentur æqualia infinita, quorum differentia finita eſt; per hanc enim ſecundùm datum quemcumque numerum repetitam nec augetur, nec imminuitur infinitum, niſi quantitate reſpectu ſui infiniteſimâ; atque adeo ratio infiniti ad ſe ipſum finitâ quantitate auctum differt a ratione æqualitatis differentiâ infiniteſimâ.

Diffe-

Digitized by Google

Differentia vero inter ſummam infinitam antecedentium A. B. C. D. &c., & ſummam conſequentium M. N. O. P. &c. ad ſummam alterutram reſpectum habet finitum, & aſſignabilem; atque adeo ratio infiniti ad ſe hac differentiâ auctum, vel imminutum erit ratio inæqualitatis, errorque propterea finitus committitur, dum æqualia habentur infinita, quæ poſtremo recenſitam differentiam habent; eſt enim (§. 19.) $A+B+C+D$ &c.: $M+N+O+P$ &c. :: $A:M$, & dividendo $A+B+C+D$ &c. $-M-N-O-P$ &c. : $M+N+O+P$ :: $A-M:M$. Ponitur autem aſſignabilis ratio majoris ad minus $A:M$; atque adeo aſſignabilis erit etiam ratio $A-M:M$.

Diffiteri tamen per hoc non intelligo, errorem infiniteſimum committi ſæpe ac ſæpius poſſe, dum duo infinita habentur æqualia, quorum differentia ſit qualibet finitâ quantitate major. Hoc enim habetur, quando ipſa infinita ſunt ordinis altioris ipſorum differentiâ, hoc eſt, quando infinita ſunt infinities majora ſuâ different â infinitâ, quæ tamen reſpectu ipſorum infiniteſima quantitas eſt; ex ſequentibus autem videbis, non ſolùm poſſe infinitum eſſe alio majus, ſed etiam infinite majus.

§. 28. Quoniam meum nunc eſt objectionem diluere, quæ vaticiniis prius quærenda eſt, dicam id etiam, quod in mente alicujus imperiti reperiri poſſet, qui difficultatem tuam terminis tuis proponeret (per hoc non intelligo im-

Digitized by Google

peritum te pronunciare, & libentiſſime ab hocce termino abſtinuiſſem, ni objectio vaticinata veram imperitiam ſupponeret, & cæteroquin in mentem alicujus cadere poſſet, hanc mihi fuiſſe objectionem propoſitam).

Poſſet itaque imperitus putare, quid unum, & idem eſſe dicere: *inter quantitates A, & B nulla differentia aſſignari poteſt*, ac *quantitates A, & B differentiam nullam omnino habent*. Atque adeo ſic objicere: duæ quantitates finitæ, quarum differentia ſit omni aſſignabili minor, ideo æquales habendæ ſunt, quia inter ipſas nulla differentia aſſignari poteſt (ita Jacquierius); at etiam inter duas quantitates infinitas nulla differentia aſſignari poteſt, hoc eſt (id autem ob imperitiam putando) nulla habetur, nulla exiſtit inter ipſas differentia; etenim ſi ab utraque ſemper finitum quodlibet auferas, ſemper in utrâque remanet auferendum, quod non fieret, ſi differentia aliqua in iis haberetur; tunc enim per ablationem finiti ex utrâque parte minor exhauriri deberet, manente in alterâ majori aliquid auferendum, quod tunc foret exceſſus hujus ſupra illam; neutra tamen per hanc ablationem exhauriri poteſt.

Si ſic mihi opponeretur, imperitiam cognitam opponentis excuſans, ne in controverſia de nomine detinerer, & ne in eo docendo immorarer extra id, de quo diſputatur, me gererem tamquam ſi idem foret dicere: *inter quantitates A. B differentia aſſignabilis eſt*, ac *inter quanti-*

tates

Digitized by Google

tates A.B nulla eſt differentia, & ſuo idiomate reſponderem negando nullam poſſe aſſignari differentiam inter duo infinita; circa probationem vero, quæ ſubjungitur, adnotarem, quod licet duo infinita exhauriri nequeant per ablationem finiti repetitam per quemcumque numerum arithmeticis figuris exprimibilem, eſt enim finitum pars infiniteſima infiniti, exhauriri tamen poteſt utrumque, aut alterutrum infinitum per ablationem infiniti. Sic (detentis omnibus, quæ in ſecunda parte §. 21.) ſi ab utrâque ſuperficie infinitâ E A C G, E A D H (*Fig.* 3.) auferas bis ſuperficiem infinitam E A B F, in priori nihil remanet auferendum, in altera remanet ſuperficies infinita G C D H, quæ eſt differentia inter utramque. Et quemadmodum inæqualia finita dici nequeunt differentiâ carere, quia exhauriri nequeunt per ablationem infiniteſimi ſecundùm quemcumque numerum repetitam, ita dici nequeunt infinita carere differentiâ, quià nequeunt exhauriri per ablationem finiti per quemcumque numerum repetitam.

§. 29. Quod vero quandoque voces adhibueris *audaciam*, *impudentiam adverſariorum*, atque alia hujuſmodi, id factum eſſe puto ſimpliciter loquendo abſque ullo me lædendi animo; id enim probi, & ſapientis viri non eſſet, qui bene novit, quod non conviciis, ſed rationibus defenditur veritas, aliàs ſi defenderetur conviciis veritas, ego nunc, ut veritatis amator, deberem potiori jure verba invertendo congerere, quòd tamen avertat Deus.

Digitized by Google

§. 30. *Poteſt infinitum ad aliud habere rationem quavis datâ majorem*; hoc eſt poteſt infinitum eſſe infinities alio majus.

Concipiamus finiti voluminis corpuſculum A (*Fig.* 4.) per rectam directionem A B in infinitum abire, ac veſtigium ſui fluxus relinquere, ſpatium abeo percurſum A B erit ſolidum longitudinis infinitæ, & continebit infinities volumen A, infinitas hexapedas cubicas, milliaria cubica infinita: concipiatur ſolidum infinitum A B fluere in infinitum verſus A D, ac veſtigium ſui fluxus relinquere, deſcribet ſolidum B A C D, quod continebit infiities ſolidum infinitum B A. Rurſus concipiatur ſolidum A B C D per lineam plano A C perpendicularem fluere in infinitum, ſolidum deſcribet, quod priori adhuc infinities majus erit. Vides itaque tria hæc infinita, quorum unum infinities alio majus eſt.

Idem volo poſtremo loco aliâ viâ in ordinibus infiniteſimorum oſtendere geometricam demonſtrationem allaturus, quam eo quidem alacrius profero, quo magis recolligo te Euclidem bene legiſſe, dum adverſariis exprobras, quod Euclidem non bene legerint. Hanc vero quiſquis intelligat, proſpiciet facile, ab ipſa quid amplius, ac mirius deduci poſſe, præter id, quod ob veritatis amorem mihi defendendum propoſui; hoc tamen aperte dicere nolo ob juſtas cauſas aliquando forte aperiendas.

§. 31. Eſt diagonalis quadrati A C lateri A B (*Fig.* 5.) incommenſurabilis, harum rectarum vero

Digitized by Google

vero quadrata commenſurabilia, incommenſurabiles cubi.

Dico in primo caſu tales reddi a lineâ omni datâ minori: in ſecundo talia reddi quadrata ab infiniteſimâ ſecundi ordinis: in tertio ab infiniteſimâ ordinis tettii.

Si negas: rectæ A B, A C a data qualibet lineola P C incommenſurabiles reddantur; erunt ergo commenſurabiles A B, A P. Sit earum menſura quælibet communis M, quæ ſemper erit major, vel minor ipſa P C. Si minor ſit: auferatur M a P C, quoties poteſt, & relinquatur Q C; quia M menſurat A B, A P, & P Q, menſurabit totam A Q; atque adeo rectæ A B, A C incommenſurabiles non redduntur a qualibet datâ P C; ſed a rectâ Q C, quæ ſit ipſa minor. Si ſit M major datâ P C, poterit bifariam dividi, atque ſubdividi, donec habeatur pars ejus aliquota N, quæ ſit minor datâ P C, eritque etiam N communis menſura rectarum A B, A P; atque adeo hìc habet locum demonſtratio primi caſus.

Sint harum rectarum quadrata B D, I F, ſintque rectæ æquales infiniteſimæ I K, E F, quæ reddunt latera incommenſurabilia A D, A I. A B, A F; (*Fig.* 4. 5.) ductis lineis ut in ſchematæ, rectangula I L, L F ſunt quadrato D B incommenſurabilia; hæc enim continentur a lateribus L K, E L, quæ ſunt commenſurabilia lateribus A B, A D, & ab infiniteſimis I K, E F, a quibus oritur incommenſurabilitas laterum A I, A D.

Digitized by Google

AD.AF, AB; & addito quadrato AL, erit gnomon AIHLGF incommenſurabile quadrato DB; totum autem quadratum IF commenſurabile eſt quadrato DB; ergo tale redditur a quadrato HG infiniteſimo in ordine ſecundo.

Cubi etiam rectarum AF, AB incommenſurabiles ſunt; hos vero facile oſtendetur eodem modo tales reddi a cubo ipſius LG, qui eſt infiniteſimus in ordine tertio.

Hinc patet, quod eſſe poſſunt plures ordines infinitorum, quorum unum ad aliud rationem habeat quacumque datâ majorem. Eſt enim multitudo cuborum LG, quæ continentur in cubo AF ad unitatem, uti cubus AF ad cubum LG: hoc eſt in ratione compoſita rationis cubi AF ad parallelepipedum, cujus baſis ſit quadratum AF, altitudo LG, & rationis hujus parallelepipedi ad aliud, cujus baſis ſit quadratum LG, altitudo AF, & rationis hujus poſtremi ad cubum LG: hoc eſt triplicata hujus poſtremæ, ſeu rationis $\infty : 1$, hoc eſt æqualis rationi $\infty^3 : 1$. Habemus hic itaque multitudinum infinitarum proportionem continuam $\div\!\!\div \infty^3 . \infty^2 . \infty^1 : 1$.

§. 32. Si ſint duo quæcumque rectangula, & pro unitate accepta quacumque linea N, (*Fig.6.*) fiat ut N, ad altitudinem AD, ita AI ad quartam O: & ut N ad AG, ita AH ad P, erunt rectangula ut quartæ proportionales O, P.

Eſt

Eſt enim $N \times O = AD \times AI$, & $N \times P = AG \times AH$, atque adeo $AD \times AI : AG \times AH :: N \times O : N \times P :: O : P$.

§. 33. Hinc patet, quod ſi ſpectentur rectangula penes rationem, quam inter ſe habent, poſſunt utroque modo per ſuperficies, aut per lineas repræſentari.

§. 34. Quæ ſi per lineas repræſententur, poterunt etiam quælibet alicujus lineæ poteſtates repræſentari, ut quarta, quinta &c. imo & facta quælibet ex quatuor, quinque, ex lineis quotvis oriunda, aut plurium factorum ſummæ.

§. 35. Atque adeo eodem modo animadverti poteſt, quod quadratoquadrata rectarum A B, A F (*Fig.* 4. 5.) commenſurabilia ſunt, taliaque redduntur a quadratoquadrato ipſius L G, quod erit infiniteſima ordinis quarti.

Vocatis enim A E, a, E F, b, A B, c; quantitates c^4, & $a^4 + 4a^3 b + 6a^2 b^2 + 4ab^3$ incommenſurabiles ſunt; rectæ itaque, quæ poteſtates repræſentant c^4, $\overline{a+b}^4$ commenſurabiles redduntur ab infiniteſima ordinis quarti b^4; & ſic deinceps.

§. 36. Dixi ſuperius, cum tuis objectionibus reſponderem, quod infinitum nequit a finito exhauriri, & quod infinitum nec augetur, nec imminuitur per additionem, vel ablationem finiti: item, quod finitum infiniteſima pars eſt infiniti.

id

Id autem omne hoc in ſenſu intellectum volo, quod infinitum $\infty\, a$ exhauriri nequit ſi eb eo auſeratur $a\,n$; & quod $a\,n$ ſemper eſt pars infiniteſima infiniti $\infty\, a$.

Id vero notandum cenſui, ut tibi anſa tollatur mihi exprobrandi, quod Geometras non bene legerim, eo quod ſorte ignoraverim, fieri aliquando poſſe, ut non ſolùm infinitum a finito exhauriatur, ſed ut finitum ſit æquale, aut majus infinito.

§. 37. Quis enim ignorat, demonſtrare Geometras, quod in ſerie infinità geometricâ decreſcente primi, & ſecundi termini differentia, primus terminus, & tota infinita terminorum ſumma ſunt continue proportionalia?

Ex quo ſequitur, quod ſeries quælibet infinita $\div\div \frac{b}{a} + \frac{b}{a^2} + \frac{b}{a^3} + \frac{b}{a^4} + \ldots\ldots + \frac{b}{a^\infty}$

æqualis eſt finitæ huic quantitati $\frac{b}{a-1}$.

Quod alio exemplo illuſtrari potiſſimum poterit.

§. 38. Sit hyperbola BE, (*Fig.* 7.) quæ producta concipiatur in infinitum cum ſua aſſymptoto CD; puncto S in ejus aſſymptoto CD recta ducatur SB aſſymptoto CA parallela hyperbolam ſecans in A, ducatur BA parallela SC. Circa infinitam aſſymptoton CD volvi concipiatur ſpatium hyperbolicum infinite longum DCABE, ſolidum infinite longum, quod hac

revo-

Digitized by Google

revolutione progignitur, duplum erit cylindri, cujus altitudo finita ſit A B, & radius baſis finitus C A.

Vocentur C A, r, C P, x. Sit P p infiniteſima ipſius C P; erit ideo P p $= dx$. Sit A B $= a$, ordinata quævis P M $= y$. Circumferentia a puncto A deſcripta $= p$. Superficies cylindrica, quæ in revolutione à recta B A deſcribitur, erit $= ap$.

Invenietur ſuperficies, quæ in revolutione deſcribitur ab ordinatâ P M analogiâ ſequenti C A × A B (ar): A B × p (ap) :: C P × P M (xy) ad ſuperficiem quæſitam $\frac{pxy}{r}$, que ducta in P p $= dx$ dat elementum corporis $\frac{pxydx}{r}$: quia per naturam hyperbolæ eſt $xy = ar$, erit etiam elementum $apdx$, cujus integralis apx dat ſoliditatem corporis deſcripti per revolutionem ſpatii C P M E D. Quod ſi ita augeatur C P, ut ſit æqualis ipſi C A, evadet $apx = apr$, quæ erit ſoliditas totius ſolidi hyperbolici una cum baſi: dupla autem hæc eſt ipſius cylindri, qui baſis eſt, cujus ſoliditas eſt $\frac{apr}{2}$; atque adeo conoiden hyperbolicum infinitum S B E D erit æquale cylindro finito S C A B.

§. 39. Hæc circa tuam de infinito diſſertationem reponenda cenſui, in quibus ſiquid ob eam, quam mihi propoſui, brevitatem, parum de-

Digitized by Google

declaratum eſſe deprehendatur, non pigebit clarius denuo explicare quidquid utiliter videam explicandum; ſiquem vero in paralogiſmum lapſum me novero, non pertinaciter errorem tuebor, ſed ingenue novâ impreſſione me in errorem incidiſſe fatebor; per hoc etenim hominem me eſſe ſignificarem, cujus me certe non pudet: per illud vero me perfidum, & audacem oſtenderem, quod probum quemque virum jam dedecet. Hujus vero pigeret ſolùm, ſi mihi eadem repetenda forent, quæ hìc appoſui; quod tamen eventurum non puto; id enim dumtaxat ſæpe evenire ſolet habentibus rem cum iis, qui affectibus, & erroribus obnoxii reſponſa vel non intelligentes, aut intelligere nolentes eadem ſemper diverſimode repetunt ſolùm curantes verba congerere, ut aliquid ſe defendere, objectionesque diluere ignaro populo appareant; quocum ſane hominum genere tempus ego terere nolo, eoſque inter ſe garrire, äerem non profuturis hinc inde clamoribus replere, malo. Vale.

Dabam Brixichellæ

Tibi devinctiſſimus
Petrus Conti.

Vidit

Digitized by Google

Vidit D. Aurelius Caſtanea Clericus Regularis Sancti Paulli, & in Eccleſia Metropolitana Boncniæ Pœnitentiarius pro Eminentiſſimo, & Reverendiſſimo Domino D. Vincentio Card. Malvetio Archiepiſcopo Bononiæ, & S. R. I. Principe.

Die 2. Martii 1764.

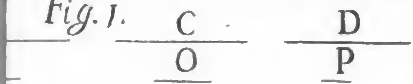
Imprimatur.

Fr. Thomas Vincentius Ronconi Vicarius Generalis Sancti Officii Bononiæ.

99 335280

Digitized by Google

Fig. 1.



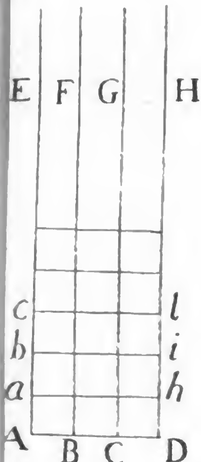
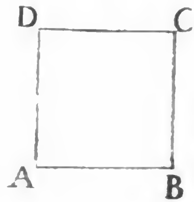
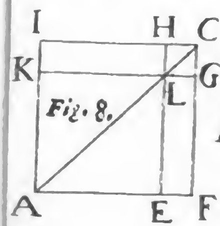


Fig. 4.





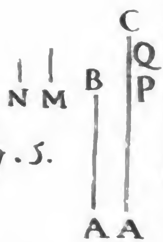
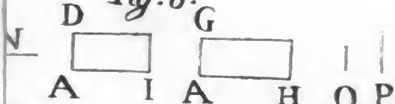


Fig. 5.

Fig. 6.



Digitized by Google